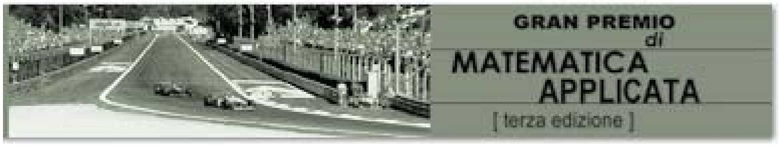


Gran Premio di Matematica - Edizione 2004

Soluzioni della prima manche

LE SOLUZIONI DELLA 1° MANCHE

Ecco le soluzioni della 1° manche.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Soluzione	A	B	D	D	B	A	C	D	C	A	A	B

Vediamole nel dettaglio.

***La risposta esatta è quella evidenziata in giallo.**

Quesito 1 | IL BUM

Si sa che la "tabellina del 7" è alquanto ostica! Per insegnarla, un maestro elementare fa con i suoi alunni il seguente gioco: li dispone a cerchio e ognuno, a turno, deve dire un numero della sequenza naturale, senza però nominare i multipli di 7, sostituendoli con la parola "BUM"; la stessa cosa deve essere fatta se il numero finisce per 7. Chi sbaglia è eliminato e l'ultimo alunno rimasto vince il gioco. Per esempio nella sequenza da 1 a 20 gli alunni gli alunni gridano: "1, 2, 3, 4, 5, 6, BUM, 8, 9, 10, 11, 12, 13, BUM, 15, 16, BUM, 18, 19, 20".
Quanti BUM vengono detti in una sequenza da 1 a 200?

A 45
B 46
C 47
D 48

Commento:
Si può contare il numero dei "BUM" in molti modi, il più semplice dovrebbe essere questo:
200 : 10 = 20, quindi 20 numeri finiscono con 7,
200 : 7 = 28 (col resto di 4), quindi vi sono 28 multipli di 7;
tuttavia il 7, il 77 e il 147 sono contati due volte, poiché finiscono per 7 e sono anche suoi multipli, quindi i "BUM" sono in tutto
20 + 28 – 3 = 45.

Quesito 2 | COSTRUIAMO UN "NUMERONE"

Un numero di 10 cifre (numerone) è costruito con la seguente regola: la prima cifra indica il numero degli 1 che vi sono nel numerone, la seconda indica il numero dei 2, la terza dei 3 e così via; la decima cifra indica il numero degli zeri. Quanti zeri vi sono nel numerone?

A 5
B 6
C 7
D nessuna delle risposte precedenti è esatta

Commento:
La somma delle cifre del numerone è 10, quindi il numero degli zeri deve essere necessariamente elevato (≥ 5). Tale cifra compare una sola volta al decimo posto, quindi il numerone deve contenere due 1 e di conseguenza un 2. Gli zeri sono allora 10–1–1–2 = 6 e il numerone è **2.100.010.006**.

Quesito 3 | LA MOLECOLA DI SODIO

In un litro e mezzo di una nota acqua minerale vi è una sola molecola di sodio. Paolo se ne versa un bicchiere e ne beve metà. Sappiamo che la probabilità che la molecola rimanga sola soletta nella bottiglia è 13 volte la probabilità che entri nello stomaco di Paolo. Qual è la capacità del bicchiere in litri?

A 0,13
B 0,15
C 0,18

D **0,20**

Commento:
Detta x la capacità del bicchiere abbiamo l'equazione: $(1,5 - x)$ /1,5 = 13 · x /1,5 · 1/2, cioè x = 3/15 = 0,2

Quesito 4 — I DUE INGRANAGGI

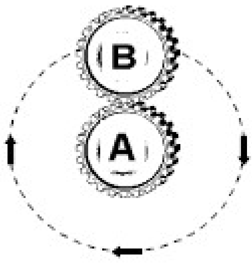
Due ingranaggi uguali (stesso raggio e stesso numero di denti) sono disposti inizialmente come nella figura e A è fermo. Quando B fa un giro completo attorno ad A, quanti giri o frazioni di giro compie B attorno al proprio asse?

A 1

B π/2

C π

D **nessuna delle risposte precedenti è esatta**



Commento:
Il centro di B ruota attorno al centro di A lungo una circonferenza di raggio doppio rispetto al raggio di B, quindi B compie esattamente due giri per tornare alla posizione iniziale. La risposta è allora D.

Quesito 5 — IL BILIARDO

Aldo, Giovanni e Giacomo sono accaniti giocatori di bigliardo e fanno diversi tornei tutti ai 100 punti. Giovanni, che si ritiene il più esperto, quando gioca con Giacomo, gli da 10 punti di vantaggio; Giacomo invece da sempre 20 punti di vantaggio ad Aldo, che è decisamente il peggiore. Quanti punti di vantaggio deve dare Giovanni ad Aldo in una partita a 100 punti?

A 27

B **28**

C 29

D 30

Commento:
Giacomo, con 10 punti di vantaggio, vince contro Giovanni se riesce farne 90; se giocasse con Aldo ai 90, gli dovrebbe dare 18 punti di vantaggio (20% di 90), quindi Giovanni deve dare ad Aldo 10+18 = 28 punti di vantaggio.

Quesito 6 — IL COGNOME DEI "CAPELLI"

Due uomini e una donna di cognome Biondi, Neri e Rossi si incontrano in un bar.
La donna, che non ha i capelli rossi, osserva: "I nostri cognomi corrispondono proprio al colore dei nostri capelli!". "Vero," risponde la persona dai capelli neri "però nessuno di noi ha i capelli che si accordano col proprio cognome." "Hai proprio ragione!" esclama Biondi.
Qual è il colore dei capelli di Neri?

A **biondi**

B neri

C rossi

D non si può stabilire non avendo informazioni sufficienti

Commento:
La donna non ha i capelli rossi e nemmeno neri, quindi è bionda e, di conseguenza non può chiamarsi Biondi. Non può però chiamarsi Rossi, perché l'uomo dai capelli neri non è Biondi (che parla dopo di lui). Quindi la donna è la bionda signora Neri!

Quesito 7 — CLASSE 2° B ...

La seconda B della mia scuola è formata tutta da ragazze bellissime e alcune hanno gli occhi azzurri. Sapendo che la probabilità di incontrare per caso due di esse con gli occhi azzurri è esattamente ½ (ovvero il 50%), quante sono le ragazze di seconda B?

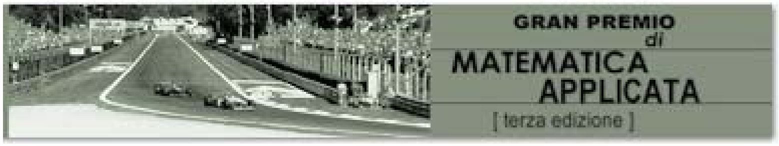
A 19

B 20

C **21**

D non si può stabilire non avendo informazioni sufficienti

Commento:
Detto x il numero delle ragazze con gli occhi azzurri e n quello di tutte le alunne della classe, si ha l'equazione:



$x(x-1)$ / $n(n-1) = ½$, ovvero $x^2 - x - 1/2n(n-1) = 0$, da cui $\Delta = 1 + 2n(n-1) = n^2 + (n-1)^2$. Siccome x è necessariamente intero ed è un quadrato perfetto, ricordando le terne pitagoriche che hanno per cateti numeri interi consecutivi (3 e 4; 20 e 21; 119 e 120; ecc.), abbiamo molte (infinite!) soluzioni.
Tuttavia n è il numero di alunni di una classe (italiana): $n = 4$ è troppo piccolo e $n = 120$ troppo grande, rimane quindi solo $n = 21$ (e 15 hanno gli occhi azzurri).
NOTA: si può trovare il risultato in modo più veloce sostituendo i dati dell'equazione…

Quesito 8 "BIRO BIRO !"

Pierino compra dal cartolaio una matita e poi una biro che costa un euro più della matita. Spende in tutto € 1,70. Quanto costa la biro in centesimi?

A 120
B 125
C 130
D nessuna delle precedenti risposte è esatta

Commento:
Anche senza equazione, sapendo che la somma è 170 e la differenza 100, il numero maggiore (costo della biro) è dato da (170+100)/2 = 135, quindi la risposta è D.

Quesito 9 LE BOTTIGLIE DI MINERALE

In un supermercato sei confezioni da sei bottiglie di acqua minerale costano tanti euro quanto il numero delle bottiglie che si possono comperare con un euro. Quanti centesimi di euro costa una confezione?

A 75
B 80
C 100
D 150

Commento:
Se x è il costo (in euro) di una confezione da 6, una bottiglia costa $x/6$ (euro) e con un euro compro $6/x$ bottiglie.
Abbiamo l'equazione $6x = 6/x$ da cui $x = 1$, cioè una confezione costa 100 centesimi.

Quesito 10 L'INVESTITORE SFORTUNATO

Tizio ha investito il suo capitale in azioni "Argent-pack" il cui valore è raddoppiato in due anni, ma poi si è ridotto in pochi mesi. Riesce comunque a venderle prima del "crack", realizzando il 60% del valore iniziale, che decide di investire per 2/5 nelle azioni "CI-rimetto" e per 1/3 in quelle "CI-perdo". Non passa una settimana e le prime perdono il 90% e le seconde il 97%! Vende tutto e gli rimangono quindi solo 38.000 euro. Quanto ha perso?

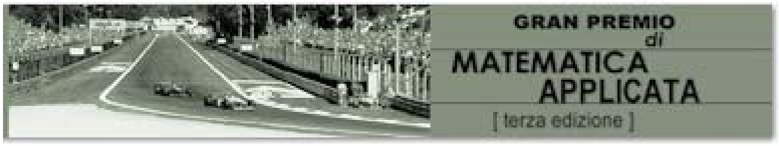
A 162.000 euro
B 200.000 euro
C 324.000 euro
D 362.000 euro

Commento:
Detto x il capitale iniziale, Tizio ha realizzato $0{,}6x$ e ha investito $0{,}24x$ in "CI-rimetto", $0{,}2x$ in "CI-perdo" e $0{,}16x$ (per fortuna!) lo ha tenuto liquido. Dopo una settimana aveva allora: $0{,}024x + 0{,}006x + 0{,}16x = 0{,}19x$.
Dall'equazione $0{,}19x = 38.000$ si ricava $x = 200.000$, per cui ha perso 162.000 €.

Quesito 11 IL PESO DELLE LETTERE

Prima di parlare bisogna "pesare le parole"! Allora Pierino decide di pesare alcune lettere ottenendo il risultato illustrato dalle seguenti bilance (in equilibrio):

Quanto pesa la lettera **A** ?

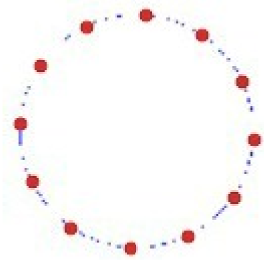


A	**5B**
B	2D
C	3D
D	4B

Commento:
Per l'equilibrio abbiamo A+B = C, B+D = A e 2C = 3D, quindi C = 2B+D da cui 4B+2D = 3D, cioè D = 4B e A = 5B.

Quesito 12 — I DODICI PUNTI

Su una circonferenza vi sono 12 punti che la dividono in parti uguali.
Quanti poligoni regolari, con i vertici in quei 12 punti, si possono disegnare?



A	9
B	**10**
C	11
D	12

Commento:
Vi è un solo dodecagono; gli esagoni si formano "saltando" un punto ogni volta, quindi ci sono 2 esagoni; i quadrati saltando due punti, cioè 3 quadrati e infine i triangoli saltando tre punti, ovvero 4 triangoli.
In tutto vi sono allora 1+2+3+4 = 10 poligoni regolari.