

GRAN PREMIO DI MATEMATICA - EDIZIONE 2009 - SOLUZIONI

Quesito n°	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta	A	C	B	D	C	D	B	B

1) Lo Stelvio innevato

Un ciclista sale da Bormio al passo dello Stelvio (poco meno di 22 km) alla velocità di 24 km/h. Arrivato al passo lo trova chiuso per neve, quindi è costretto a tornare indietro e, essendo in discesa, la sua velocità aumenta del 50% (rispetto alla salita). Qual è stata la velocità media del ciclista nei quasi 44 km percorsi?

- A. 28,8 km/h
- B. 29,4 km/h
- C. 30,0 km/h
- D. nessuna delle risposte precedenti è corretta

In discesa la velocità è $(24+24/2)\text{km/h} = 36\text{km/h}$. Detta s (in km) la distanza esatta Bormio-Stelvio, percorre la salita in $s/24$ h e la discesa in $s/36$ h.

Il tempo complessivo è allora $s/24 \text{ h} + s/36 \text{ h} = 5s/72 \text{ h}$, lo spazio percorso $2s$, quindi la velocità media è $144/5 \text{ km/h} = 28,8 \text{ km/h}$ (risposta A).

2) Per chi suona la campana.....

Il campanile di Roccasordina suona ogni quarto d'ora del giorno e della notte! Più precisamente: a mezzogiorno e a mezzanotte fa 12 rintocchi, alle 13 e all'una ne fa 1, alle 14 e alle due 2 e così via; alle mezzore ripete i rintocchi delle ore precedenti seguite da un rintocco più acuto (tranne alle 0.30 di notte in cui vi è un solo rintocco acuto). Per fortuna i quarti d'ora sono segnate da un unico rintocco lieve. Nelle 24 ore quanti rintocchi fa in tutto il campanile?

- A. 360
- B. 366
- C. 372
- D. 378

I rintocchi dei quarti sono $24 \times 2 = 48$; considerando poi le prime 24 mezzore, i rintocchi sono in tutto $1+1+2+2+3+3+\dots+12+12 = 13 \times 12 = 156$, quindi i rintocchi totali sono $48+156 \times 2 + 12$ (quelli delle 12 e 30!) = 372 (risposta C).

3) La distanza

Quattro docenti di matematica, Aldo, Bruno, Carlo e Daniele, abitano in un complesso di villette singole, disposte, come in figura, nei vertici del quadrilatero ABCD. Per realizzare una piscina comune decidono di misurare le distanze fra gli edifici trovando i seguenti risultati $AB = 104 \text{ m}$, $BC = 78 \text{ m}$, $CD = 120 \text{ m}$ e $DA = 50 \text{ m}$. Sapendo che l'angolo ABC è retto, qual è la distanza fra B e D?

- A. 124 m
- B. 126 m
- C. 128 m
- D. 130 m

Considerando la figura si trova facilmente (Pitagora) che $AC = 130 \text{ m}$ ed essendo $120^2 + 50^2 = 130^2$, anche l'angolo CDA è retto. Ora, anche senza triangolazioni, visto che il quadrilatero ha due angoli opposti retti, abbiamo $BD = (AB \times CD + BC \times AD) / AC = m(104 \times 120 + 78 \times 50) / 130 = 126 \text{ m}$ (risposta B).

4) Recessione in Eurolandia !

La conferma arriva da Eurostat, i cui dati indicano come il Pil nel terzo trimestre del 2008 ha fatto registrare un calo dello 0,2% per l'Ue-27 (27 stati). Ad affossare la crescita europea soprattutto i risultati di Italia, Germania, Regno Unito (tutti a -0,5%) e della Spagna (-0,2%), mentre la Francia ha fatto registrare un timido +0,1%. Qual è stata (in percentuale) la media degli altri 22 stati?

- A. compresa fra -0,05 e +0,01
- B. compresa fra -0,11 e -0,05
- C. compresa fra -0,17 e -0,11
- D. nessuna delle risposte precedenti è corretta

Detta x la somma (algebrica), in percentuale, dei Pil negli altri 22 stati, abbiamo l'equazione:
 $-1,5 - 0,2 + 0,1 + x = - 5,4$ da cui $x = - 3,8$.
 La loro media è quindi $-3,8/22 = - 0,17272...$ (risposta D).

5) I Bianchi e i Neri

Nel piccolo paese Chenoncè gli abitanti appartengono a due sole famiglie i Bianchi e i Neri. I Bianchi mentono sempre e i Neri dicono sempre la verità. Un giorno, incontrando due abitanti del posto ho chiesto al primo a quale famiglia appartenesse il secondo. La risposta è stata "il mio compagno è uno dei Neri". Quale di queste affermazioni è certamente vera?

- A. Il primo è dei Bianchi
- B. Il secondo è dei Neri
- C. I due abitanti sono della stessa famiglia
- D. I due abitanti sono di famiglia diversa

La risposta è C. Infatti se il primo è dei Bianchi, visto che mente, il secondo non è dei Neri, e, visto che non ci sono altre famiglie è dei Bianchi; invece se fosse dei Neri, direbbe la verità, quindi anche il secondo sarebbe dei Neri.

6) Il risparmio progressivo

Il prof. Matteo de Matt ha iniziato, il giorno 1/1/2008, una particolare forma di risparmio: il primo giorno mette nel salvadanaio un centesimo, il secondo due centesimi, il terzo tre... e così via fino al 31/12/2008. Quanto avrà nel salvadanaio a tale data?

- A. Tra 640 e 650 euro
- B. Tra 650 e 660 euro
- C. Tra 660 e 670 euro
- D. Tra 670 e 680 euro

Il totale in centesimi è $1+2+3+...+366$ (il 2008 è bisestile!) $= 366 \times 367 / 2 = 67.161$ (risposta D).

7) Omaggio al genio

Il grande matematico tedesco Georg Cantor, creatore della teoria degli insiemi, si occupava anche di "numerologia". Con la scritta CANTOR – GEORG = GENIE, non intendeva essere presuntuoso, ma semplicemente eseguire una sottrazione esatta fra due numeri interi, dove ad ogni lettera corrisponde una cifra (diversa) da 0 a 9. Sapendo che O = 0 ed E = 6, quanto vale A?

- A. 5
- B. 7
- C. 8
- D. 9

Ovviamente $C=1$, $G>5$ e $R<6$, quindi, incolonnando le "cifre" in questo modo si deduce che $N=2$ (oppure $N=3$).

Nel primo caso $T=3$, $I=5$, $R=4$ da cui $G=8$,

quindi $A=7$ (risposta B). Il secondo caso non ha soluzioni!

$$\begin{array}{r} G \ 6 \ N \ I \ 6 \ + \\ G \ 6 \ 0 \ R \ G \ = \\ \hline 1 \ A \ N \ T \ 0 \ R \end{array}$$

8) Pecore, capretti e conchiglie

Per molti secoli gli abitanti delle isole Salomone usarono delle grosse conchiglie come unità monetaria. Sapendo che un capretto valeva 37 conchiglie e una pecora 51 conchiglie, qual è il massimo numero di quegli animali che si potevano comperare con esattamente 5.100 conchiglie?

- A. 114
- B. 128
- C. 137
- D. nessuna delle risposte precedenti è corretta

Posto x il numero dei capretti e y quello delle pecore abbiamo $37x + 51y = 5.100$. Essa ha infinite coppie di soluzioni, ma solo 3 intere non negative. Infatti risolvendola rispetto a y abbiamo: $y = 100 - 37x/51$, e posto $x = 0, 1, 2$ abbiamo le coppie (0; 100), (51; 63) e (102; 26). Quest'ultima è quella che ci dà il massimo numero di animali $102 + 26 = 128$ (risposta B).