

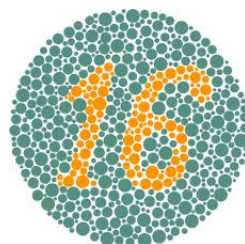
# QUESITI E SOLUZIONI

## GARA MATEMATICA SECONDA MANCHE

### Problemi a risposta aperta

#### 1) La “fortuna” del 16

Il numero 16 non è solo il quadrato di 4, ma anche un numero fortunato, perché genera quadrati perfetti. Infatti ha la seguente caratteristica: se lo si divide in due parti e si inserisce 15, si trova  $1(15)6 = 1156$ , che è sempre un quadrato, inserendo di nuovo 15, abbiamo  $11(15)56 = 111556$ , che è un altro quadrato; continuando a inserire 15, la proprietà si ripete indefinitamente.



Dimostrate matematicamente tale proprietà, ricorrendo sia ad altri esempi numerici, sia allo sviluppo di formule algebriche appropriate.

E' facile verificare che:

$$1.156 = 34^2,$$

$$111.556 = 334^2,$$

$$11.115.556 = 3.334^2, \dots \text{ e così via.}$$

Algebricamente osserviamo che questi numeri hanno  $2n$  cifre, ovvero, nell'ordine,  $n$  cifre “uno”,  $n-1$  cifre “cinque” e un “sei”.

Quindi abbiamo:

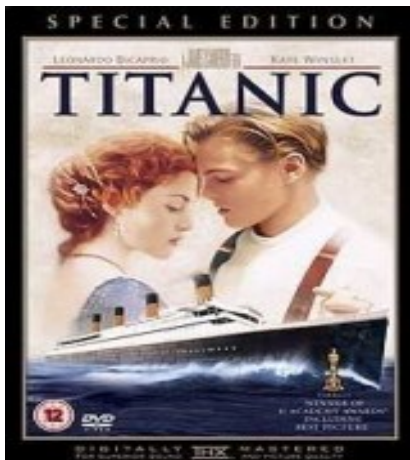
$$N = 1 \cdot 10^{2n-1} + 1 \cdot 10^{2n-2} + \dots + 1 \cdot 10^n + 5 \cdot 10^n + 5 \cdot 10^{n-1} + \dots + 5 \cdot 10^1 + 6$$

$$N = 10^n (10^{n-1} + 10^{n-2} + \dots + 1) + 5 (10^{n-1} + 10^{n-2} + \dots + 1) + 1 = (10^n + 5) (10^{n-1} + 10^{n-2} + \dots + 1) + 1$$

$$N = (10^n + 5) \frac{10^n - 1}{9} + 1 = \frac{10^{2n} + 5 \cdot 10^n - 10^n - 5 + 9}{9} = \frac{10^{2n} + 4 \cdot 10^n + 4}{9} = \left( \frac{10^n + 2}{3} \right)^2$$

ovvero  $N$  è un quadrato perfetto.

2) Dal film “Titanic” (James Cameron 11 premi Oscar ‘97 - con Leonardo Di Caprio e Kate Winslet)



Il Titanic lasciò gli ormeggi di Southampton a mezzogiorno del 10 aprile 1912, con un carico, compreso l’equipaggio, di 2.250 persone delle quali il 20% occuparono la seconda classe.

Alle 23.40 del 14 aprile entrò in collisione con un iceberg a circa 350 miglia dalle coste del Canada orientale, spezzato in due tronconi.

Malgrado il sacrificio di ben 585 membri dell’equipaggio, che perirono nel naufragio, si salvarono solo il 32% delle persone: 162 dei passeggeri di prima classe (pari al 60% di essi) e 180 di terza classe, ovvero solo un quarto degli emigranti imbarcati, il che diede luogo ad aspre polemiche.....

Determinate il numero dei membri dell’equipaggio che sopravvissero e il numero dei morti suddivisi nelle tre classi.

Se disponiamo i dati nella prima delle seguenti tabelle, è molto semplice ricavare i risultati incogniti, individuati dalla seconda tabella.

**Tabella dei dati**

	Persone imbarcate		sopravissuti		morti o dispersi	
classe I			60,00%	162		
classe II	20,00%					
classe III			25,00%	180		
equipaggio						585
TOTALI		2.250	32,00%			

**Tabella dei risultati (iniziali in corsivo, finali in neretto)**

	Persone imbarcate		sopravissuti		morti o dispersi	
classe I		<i>270</i>	60,00%	162		<b>108</b>
classe II	20,00%	<i>450</i>		153		<b>297</b>
classe III		<i>720</i>	25,00%	180		<b>540</b>
equipaggio		<i>810</i>		<b>225</b>		585
TOTALI		2.250	32,00%	<i>720</i>		<b>1.530</b>

### 3) Cento euro in.... “cassaforte”!

Nella cassaforte degli spiccioli di un milionario vi sono esattamente 100 euro.

Questa somma è suddivisa in biglietti da 5 €, oppure in monete da 1 € o da 2 €.

Se il numero delle monete deve essere sempre superiore a quello dei biglietti, determinate quante sono le soluzioni del problema.

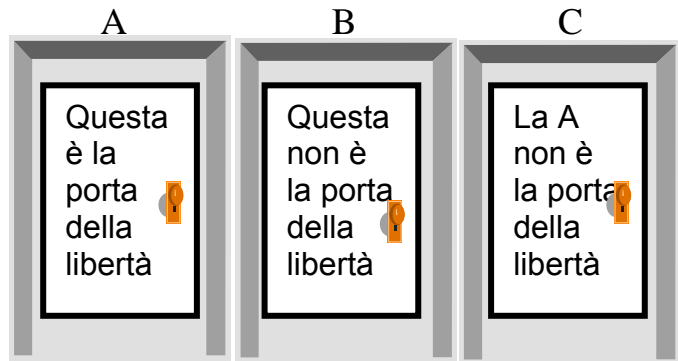


## Problemi a risposta chiusa

### 3) Le tre porte

Un condannato a morte può essere graziato se apre l'unica porta della libertà. Viene informato che due o tre delle scritte sulle porte sono false. Quale porta deve aprire per essere libero?

- A. la A
- B. la B (-----)
- C. la C
- D. la A o la C indifferentemente
- E. Non ha informazioni sufficienti per essere sicuro di salvarsi



La A e la C sono in contraddizione quindi una dice la verità.

Allora la B senz'altro mente, quindi essa è la porta della libertà! **(risposta B)**

### 5) Il “tenino” di Tonino



Al piccolo Antonio è stato regalato un trenino i cui vagoncini riportano le 7 lettere del suo nome. Non sapendo ancora leggere, collega a caso i vagoni alla locomotiva, componendo parole senza senso.

Supponendo che il bimbo stacchi tutti i vagoni in 15 secondi e ricomponga tutto il trenino in 5 minuti e mezzo, quanto impiegherà a comporre tutte le possibili

parole, senza mai ripeterne nessuna?

- A. 114 ore, 59 minuti e 45 secondi
- B. 120 ore, 44 minuti e 45 secondi (-----)
- C. 120 ore e 45 minuti
- D. 482 ore, 59 minuti e 45 secondi
- E. 483 ore

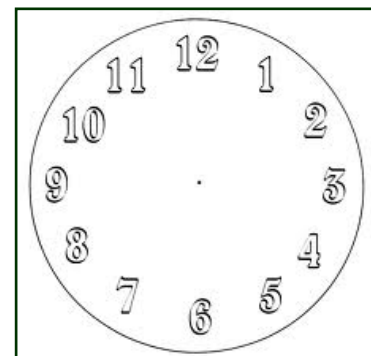
Le possibili disposizioni di 7 lettere diverse sono  $7! = 5.040$ , ma nel nostro problema vi sono due N e due O, quindi occorre dividere due volte per 2!, cioè per 4:  $5.040/4 = 1.260$ .

Il bimbo impiega per ciascuna  $5,5 \times 60 + 15 = 345$  secondi, quindi per comporre tutte occorrono  $345 \times 1.260 = 434.700$  secondi, pari a 120 e 45 minuti.

Tuttavia quando ha composto l'ultima parola, non è necessario staccare di nuovo i vagoni e il tempo si riduce di 15 secondi. **(risposta B)**

### 6) L'appuntamento di De Matt

Il prof. Matteo De Matt, quando fissava un appuntamento con la fidanzata, le forniva un cartoncino simile a quello della figura e le diceva: "Partendo da 1 conta fino a sei, arrivi sul 6 e lo cancelli, di nuovo contane sei, arrivi sul 12 e lo elimini; continua il questo modo, contando sei numeri, non cancellati, ed elimina il numero su cui arrivi. Sull'ultimo numero rimasto disegna la lancetta dei minuti. Fai la stessa cosa per la lancetta delle ore, ma questa volta devi contare fino a sette!". A che ora De Matt aveva fissato l'appuntamento?  
(P.S. De Matt è celibe!)



- A. all'una e un quarto
- B. alle 3 e 20
- C. alle 8 e un quarto
- D. alle 8 e 20
- E. alle 12 e un quarto (-----)

Nella tabelle sottostanti sono riportati i 12 numeri nella prima riga e l'ordine di cancellazione nella seconda:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
9	4	12	11	7	1	3	6	8	5	10	2

l'ultimo numero è il 3, e su di esso si posiziona la lancetta del minuti;

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
9	2	6	5	7	4	1	10	8	3	11	12

l'ultimo numero è il 12, e su di esso si posiziona la lancetta delle ore

L'ora dell'appuntamento è alle 12 e 15 (**risposta E**)

### 7) La tassa sul macinato

Due contadini vogliono vendere al mercato rispettivamente 64 e 20 sacchi di farina, ciascuno del valore di 110 denari. Essendo amici, entrano insieme in città, ma devono pagare una tassa su ogni sacco che intendono vendere. Purtroppo non hanno soldi, quindi il primo lascia ai gabellieri 5 sacchi di farina, il secondo 2 sacchi. Quanti denari deve dare il primo contadino al secondo, per compensarlo della divisione iniqua della tassa?

- A. 30 denari
- B. 40 denari (-----)
- C. 50 denari
- D. 70 denari
- E. 90 denari

Sette sacchi di farina equivalgono a 770 denari, che è la gabella complessiva per  $64+20-7 = 77$  sacchi destinati alla vendita.

La tassa per ogni sacco è quindi  $770/77 = 10$  denari. Il primo contadino doveva pagare 590 denari di tassa, ma ne ha pagati 550, il secondo 180, ma ne ha pagati 220.

Il primo deve al secondo 40 denari. (**la risposta è B**)

## 8) Gran Premio di Mathemandia!

Nel mese di "Lemma", a Mathemandia, si svolge il Gran Premio di Matematica e, lo scorso anno, si è piazzato al primo posto lo studente Teo Rema e al secondo Assi Omar. La signora Postu U Latu, segretaria del concorso, ha però sbagliato nel compilare i due assegni: non solo si è dimenticata lo zero finale nell'importo degli euro, ma ha pure invertito gli euro di Teo con i centesimi di Omar e viceversa (stessi valori numerici nei due assegni). Sapendo che a Omar sono stati rimborsati € 328,05, quanto è stato rimborsato a Teo?

- A. 355,95 €
- B. 382,95 € (-----)
- C. 391,95 €
- D. 400,95 €
- E. 445,95 €

Posti  $x$  e  $y$  gli importi in euro e in centesimi incassati da Omar, sull'assegno sbagliato, ovvero, in €cent,  $100x+y$ , si deduce che l'importo esatto del secondo premio è  $1000y+x$ , quindi a Omar devono essere rimborsati  $1000y+x - (100x+y) = 999y - 99x$ .

Abbiamo l'equazione  $999y - 99x = 32805$ , che semplificata diventa  $11x - 111y + 3645 = 0$ , che ha l'unica soluzione intera positiva accettabile ( $x, y < 100$ )  $x = 42$  e  $y = 37$ .

Il primo premio è di € 420,37, ma a Teo sono stati dati € 37,42, quindi deve essere rimborsato di € 382,95. **(la risposta è B)**