GRAN PREMIO DI MATEMATICA
EDIZIONE 2012 – SOLUZIONI

Quesito n°	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta	7, 15, 48	233.333 e 2.333.333	257→183.498, 458→327012	**D**	**D**	**B**	**A**	**C**

1) I tre numeri

> Tre numeri interi positivi hanno per somma 70.
> Il secondo, diviso per il primo dà come quoziente 2 e resto 1;
> il terzo, diviso per il secondo, dà un quoziente uguale al resto!
> Trovare i tre numeri.

Detto x il primo numero e y l'ultimo quoziente (che è uguale al resto),

si trova che il secondo numero è 2x + 1 e il terzo numero è y(2x+1) + y,

da cui l'equazione x + (2x+1) + y(2x+1) + y = 70.

Risolvendola rispetto a y abbiamo $y = \frac{3(23-x)}{2(x+1)}$ e,

tenuto conto che si tratta di numeri interi positivi,

x è dispari (<12).

Se vogliamo un'ulteriore limitazione,

notiamo che y è un resto ed è quindi minore del divisore 2x+1,

$\frac{3(23-x)}{2(x+1)} < 2x+1$ disequazione che fornisce x >3.

Abbiamo solo quattro tentativi: 5, 7, 9 e 11;

> x=5 non è accettabile,
>
> x = 7, da cui y = 3, che è l'unica soluzione, poiché per x=9 e x=11 la frazione non è semplificabile.

I tre numeri sono dunque 7, 15 e 48.

2) Dal film "The Number 23" (di Joel Schumacher – 2007)

> Coinvolto in una terribile spirale ossessiva legata al numero 23, Walter Sparrow (Jim Carrey) vede la sua vita, un tempo idilliaca, trasformarsi in un inferno di torture psicologiche, che potrebbero portare alla morte sia lui che i suoi cari.….
> In effetti 23 è un numero primo ed è formato dalle cifre 2 e 3, anch'essi numeri primi; inoltre, continuando ad "aggiungere" a destra la cifra 3, otteniamo la successione di interi: 233, 2.333, 23.333, 233.333….
> Dopo aver rappresentato algebricamente i termini della successione, trovate in essa i primi due numeri non primi.

E' banale rappresentare la successione con la formula ricorrente $a_0 = 2$ e $a_n = 10a_{n-1}+3$,

dalla quale si ricava $a_n = 2\cdot10^n + 3\cdot(10^{n-1} + 10^{n-2} + \ldots + 1) = 2\cdot10^n + \frac{10^n - 1}{3}$.

Usando opportunamente la calcolatrice, attraverso tentativi mirati, si verifica che 233, 2.333 e

23.333 sono numeri primi, mentre 233.333 = 353•661 e, infine 2.333.333 = 19•227•541

3) De Math va in Australia

Il prof. Matteo De Math deve andare in Australia per un convegno di alta matematica.

Mentre attende, da Malpensa, il volo 714 per Sydney,

“benpensa” all’equazione $\frac{SYDNEY}{VOL} = 714$, dove, ogni lettera, rappresenta una cifra da 0 a 9.

Trovate tutte le soluzioni dell’equazione, tenendo conto che a lettera diversa corrisponde cifra diversa.

L’equazione risolvente 100000·S + 10000·Y + 1000·D + 100·N + 10·E + Y = 714·(100·V+10·O + L), ci permette di dedurre che Y è pari, che S ≤ 7, e che, scomposto 714 = 2·3·7·17, il dividendo “*SIDNEY*” è divisibile per 3 (come la somma delle cifre), per 7 (come la differenza del numero delle decine e il doppio della cifra delle unità, ovvero 2Y) e per 17 (come la differenza del numero delle decine e il quintuplo della cifra delle unità, ovvero 5Y).

Il dividendo “*VOL*”, ha di conseguenza la O divisibile per 5, quindi O = 5;
essendo poi le altre due cifre diverse fra loro e da 5, possiamo porre,
per comodità, 1 ≤ V ≤ 4 e 6≤ L ≤ 9.
Abbiamo quindi 16 possibilità, che rappresentiamo nella tabella

156	157	158	159
256	**257**	258	259
356	357	358	359
456	457	**458**	459

Moltiplicando ogni cella per 714 si ha l’ultima tabella:

111384	112098	112812	113526
182784	**183498**	184212	184926
254184	254898	255612	256326
325584	326298	**327012**	327726

Le uniche due soluzioni sono rappresentate in neretto:
S=1, Y=8, D=3, N=4, E=9, V=2, O=5, L=7 e
S=3, Y=2, D=7, N=0, E=1, V=4, O=5, L=8.

4) La locomotiva

Le ruote anteriori di una locomotiva hanno la circonferenza di 3 metri; il diametro delle posteriori supera di cm 20/π quello delle anteriori. Dopo quanti chilometri, le ruote anteriori compiono esattamente 100 giri più delle posteriori?

A. 1,2 π
B. 4,5
C. 1,5 π
D. 4,8 (°)
E. 1,6 π

La circonferenza delle posteriori è cm (300 + 20/π·π) = cm 320 = m 3,2.
Posta x la distanza cercata (in metri), abbiamo l’equazione: x/3 = x/3,2 + 1000,
cioè x =4.800 (risposta D).

5) Il torneo di scacchi

Otto persone partecipano a un torneo di scacchi ad eliminazione diretta: si estraggono a sorte la prime quattro coppie, i vincitori, sempre estratti a sorte, giocano le semifinali, ed infine i due rimanenti la finale.
Pietro e Paolo, sono decisamente i migliori, essendo in grado di battere con certezza gli altri sei avversari.
Essi hanno praticamente le stesse probabilità di vincere, anche se Pietro è leggermente più forte di Paolo (il 2%).

Qual è la probabilità che Paolo batta Pietro in finale?

A. Meno del 18,5%
B. Fra il 18,5% e il 22%
C. Fra il 22% e il 25,5%
D. Fra il 25,5% e il 29% (°)
E. Oltre il 29%

Osservando la differenza del 2%, si trova che Paolo ha il 49% di vittoria (e Pietro il 51%).
Ora, per incontrarsi in finale, Paolo non deve giocare la prima partita con Pietro (p=6/7) e nemmeno la seconda (p=2/3),
quindi la probabilità cercata è p = 6/7| 2/3| 49% = 28% (risposta D).

6) Le quattro "bugiardine"

Quattro bambine Ada, Bianca, Carla e Daniela stanno giocando in un giardino.
Ad un certo punto Ada afferma: "Bianca e Carla hanno gli occhi azzurri";
Bianca afferma: "Io e Daniela abbiamo gli occhi verdi";
controbatte Carla: "Ada e Bianca mentono" e, infine,
Daniela conclude: "Ada, Bianca e Carla sono sincere".
Quante bambine hanno detto la verità?

A. nessuna
B. una (°)
C. due
D. tre
E. non si può stabilirlo con certezza

Ada e Bianca non possono essere entrambe sincere, infatti una (almeno) deve mentire, poiché le loro affermazioni sono contraddittorie, quindi Daniela è senz'altro bugiarda!
Tuttavia, l'affermazione di quest'ultima, non esclude che Carla sia sincera, quindi, in questo caso, vi è una sola bambina sincera (la stessa Carla); se invece Carla mente, Ada o Bianca sono sincere (ma solo una delle due, per quanto affermato precedentemente).
Si conclude che solo una bambina è sincera, anche se non si può stabilire quale (risposta B).

7) Il latifondista

Un latifondo è suddiviso in tre appezzamenti di terreno, perfettamente quadrati, coltivati rispettivamente a frumento, granoturco e trifoglio;
questi tre terreni circondano un parco triangolare dove è situata la casa padronale.
Sapendo che il proprietario ha destinato al frumento 7,02 ettari, al granoturco 4,86 ettari e al trifoglio 2,16 ettari, qual è la superficie complessiva del latifondo?

A. **15,66 ettari (°)**
B. 17,46 ettari
C. 18,18 ettari
D. 19,08 ettari
E. Non si può stabilire senza conoscere la superficie del parco

Poiché i tre campi quadrati sono tali che 4,86 + 2,16 = 7,02, il parco triangolare è un triangolo rettangolo di cateti $\sqrt{4,86}$ e $\sqrt{2,16}$ quindi di area $\frac{\sqrt{4,86}\sqrt{2,16}}{2} = 1,62$.
L'area totale è allora (4,86 + 2,16 + 7,02 + 1,62) ettari = 15,66 ettari (risposta A).

8) Gli orologi di Mathemandia

Sul pianeta Mathemandia si misura il tempo con i mathorologi.
Essi funzionano in questo modo: la lancetta lunga impiega 52 dei nostri minuti a fare un giro completo.
Se le due lancette partono insieme, la lancetta lunga raggiunge quella corta dopo 60 dei nostri minuti.
Quanto dei nostri minuti impiega la lancetta corta a fare un giro completo?

A. 360
B. 375
C. 390 (°)
D. 405
E. Nessuna delle risposte precedenti è esatta

Detto x il tempo (in minuti) che la corta impiega a fare un giro, in un minuto essa compie 1/x di giro, mentre la lunga 1/52 di giro.
In 60 minuti abbiamo rispettivamente 60/x e 60/52 = 15/13 giri.
In questo tempo esse si incontrano, quindi la lunga ha fatto un giro in più della corta, si ha dunque l'equazione: 60/x = 15/13 − 1, da cui x = 390 (risposta C).