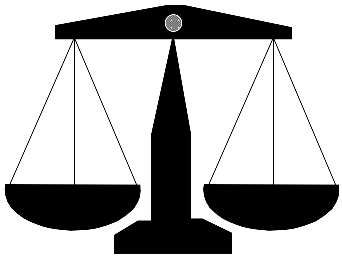
Gran Premio di Matematica Applicata

EDIZIONE 2013 – prima manche - RISPOSTE

quesito	1	2	3	4	5	6	7	8
soluzione	**B**	**D**	**B**	**A**	**C**	**D**	**C**	**A**

1) Troviamo il diamante

Per evadere la dogana, un costoso diamante è stato inserito in una scatola di caramelle perfettamente identica ad altre sette, ma di peso leggermente superiore (il peso del diamante!). Un solerte doganiere vuole controllare le otto scatole, disponendo di una bilancia a bracci, come in figura. Qual è il numero minimo di pesate necessario per individuare con certezza la scatola contenente il diamante?



A. 1
B. 2 (*)
C. 3
D. 4

Bastano due pesate. Infatti, mettendo in ogni braccio tre scatole, se la bilancia è in equilibrio, la scatola con il diamante è in una delle altre due e viene individuata con la seconda pesata; se non sono in equilibrio, si prendono due delle tre scatole "più pesanti" e si fa la seconda pesata, mettendo una scatola su ogni braccio: se non sono in equilibrio la scatola più pesante è individuata, se lo sono, la scatola con il diamante è quella non pesata. (risposta B).

2) Lo spread!

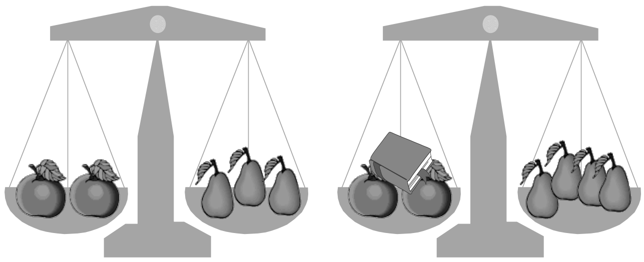
A causa dello "spread" un certo capitale esigibile tra 10 anni in Germania, in Italia vale oggi la metà! Se il tasso applicato dai tedeschi è del 5%, qual è il tasso da noi?

A. 9,3%
B. 10,4%
C. 11,4%
D. 12,5% (*)

Essendo il capitale esigibile fra 10 anni, ma ridotto della metà, il tasso in Italia è dato da $1+i=(1+0{,}05)\sqrt[10]{2}$, ovvero $i=0{,}125\ldots=12{,}5\%$ (risposta D).

3) Che "pesante" quel libro!

Osserva la figura (ci sono mele, pere e un libretto); sapendo che una mela pesa due etti, quanto pesa il libretto?



A. Meno di un etto
B. Fra un etto e un etto e mezzo (*)
C. Fra un etto e mezzo e due etti
D. Più di due etti

Il libro pesa quanto una pera, cioè 2/3 di una mela: 2/3 di 200 g = 133,33 g (risposta B).

4) L'errore dei Maya!

Il 21/12/12 non si è verificata la fine del mondo; ciò è dovuto al fatto che, scrivendo la data senza /, otteniamo il numero 211212; esso è divisibile per due, quindi non è un numero primo. I Maya hanno sbagliato di circa un anno, quindi l'evento potrà verificarsi nel dicembre 2013, solo se il numero corrispondente alla data è un numero primo. In che giorno di dicembre 2013 potrebbe avvenire la fine del mondo?

A. 21 (*)
B. 22
C. 24
D. 25

221213 non è primo, essendo divisibile per 157; 241213 non è primo, essendo divisibile per 7; 251213 non è primo, essendo divisibile per 229; 211213 è primo. (risposta A).

5) La classe del prof. De Matt

Il professor Matteo De Matt, insegnante di matematica nello scorso millennio, quando le classi erano composte da 20/25 studenti, il primo giorno di lezione, esordiva in questo modo: "Io ancora non vi conosco, né ho "spiato" i vostri documenti, però scommetto che almeno due di voi sono nati nello stesso giorno dell'anno!". Qual è il numero minimo di alunni che rende la scommessa conveniente per il professore (nel senso di avere una probabilità di vincere maggiore del 50%)?

A. 21
B. 22
C. 23 (*)
D. 24

Escludendo gli anni bisestili, la probabilità che due persone siano nate lo stesso giorno è 1/365, quindi che siano nate in giorni diversi è 364/365; la probabilità che tre persone siano nate in giorni diversi è 363/365×364/365, analogamente per quattro persone 362/365×363/365×364/365…. Generalizzando per k persone, abbiamo $P(k) = \dfrac{365!}{(365-k)!365^k}$ la probabilità che siano nate in giorni diversi. Tramite calcolatrice abbiamo $P(21) = \dfrac{365!}{344!365^{21}}$ =0,556…, $P(22) = \dfrac{365!}{343!365^{22}}$ =0,524…, $P(23) = \dfrac{365!}{342!365^{23}}$ =0,492…, $P(24) = \dfrac{365!}{341!365^{24}}$ =0,461...; e, visto che sono probabilità contrarie, il primo valore che supera il 50% è 1–P(23) = 0,508… = 50,8% (risposta C).

6) Elezioni a Mathemandia

Anche nello stato di Mathemandia è caduto il Governo, quindi vengono indette le elezioni per eleggere 150 rappresentanti del popolo. I primi 100 sono assegnati in proporzione ai votanti con sbarramento al 5%, gli altri 50 vengono sorteggiati a caso fra i non eletti. Sapendo che i candidati sono in tutto 500, qual è la probabilità di essere eletto?

A. Meno di 1/7
B. Fra 1/7 e 1/5
C. Fra 1/5 e 1/4
D. più di 1/4 (*)

Non essendovi altre informazioni, assegnamo ai candidati la stessa probabilità di essere eletti, quindi P = 150/500 = 3/10 > 1/4 (risposta D).

7) L'ottagono "equiangolo"

Con sette quadrati uguali, tagliandone due a metà lungo la diagonale, possiamo costruire un ottagono equiangolo (tutti gli angoli di 135°), ma non equilatero (quindi irregolare). Sapendo che l'area di questo ottagono è 343 cm^2, qual è il suo perimetro in cm?

A. meno di 56
B. fra 56 e 67
C. fra 67 e 78 (*)
D. più di 78

Essendo formato da 7 quadrati, l'area di ciascuno è 343/7 cm^2 = 49 cm^2, quindi il lato è 7 cm. L'ottagono ha 4 lati di 7 cm e gli altri 4 di $7\sqrt{2}$ cm (essendo diagonali dei quadrati). Il perimetro risulta essere ($4\times7 + 4\times7\sqrt{2}$) cm = 67,59… cm (risposta C).

8) Tutti in pista!

Nella piazza di un comune lombardo si può pattinare sul ghiaccio dalle 15 a mezzanotte! L'ingresso costa 7 euro e il noleggio dei pattini (non obbligatorio) costa € 2,50. L'incasso complessivo di una giornata è stato esattamente di € 1.000. Sapendo che i pattinatori sono stati un numero dispari, quante sono le possibili soluzioni?

A. 3 (*)
B. 4
C. 5
D. più 5

Detto x il numero dei pattinatori e y quello di coloro che hanno noleggiato i pattini, abbiamo l'equazione: $7x + 2{,}5y = 1.000$. Essendo verificata solo da numeri interi, y deve essere pari, quindi posto $y = 2z$, abbiamo $7x + 5z = 1.000$; notiamo che quest'ultima equazione ammette la soluzione banale $x = 0$ e $z = 200$, per cui tutte le possibili soluzioni sono date da $x = 5k$ e $z = 200 - 7k$, con k intero positivo. Inoltre abbiamo le limitazioni $200 - 7k \geq 0$ e $x \geq y = 2z$, da cui $5k \geq 400 - 14k$, risolvendo le quali troviamo $\frac{400}{19} \leq k \leq \frac{200}{7}$, ovvero $21{,}05\ldots \leq k \leq 28{,}57$, cioè $22 \leq k \leq 28$ (essendo intero); inoltre x è dispari, quindi lo è anche k, ottenendo le tre soluzioni $k = 23$, $k = 25$ e $k = 27$ (risposta A).