

Gran Premio di Matematica Applicata

EDIZIONE 2014/15 – SOLUZIONI

Quesito n°	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta	C	B	C	A	B	B	B	D

1) Il diamante

Dalla lavorazione di un diamante è stato ottenuto un brillante con 15 spigoli tutti uguali e 5 facce quadrate, come in figura. Sapendo che il peso del gioiello è g 4,9, quanto misurano gli spigoli? (Si supponga che il peso specifico del diamante sia 3,5).

- A. meno di 0,8 cm
- B. fra 0,8 e 0,9 cm
- C. fra 0,9 e 1 cm (°)
- D. più di 1 cm

Il gioiello è un prisma avente il volume $V = \text{cm}^3 4,9/3,5 = \text{cm}^3 1,4$. Tale prisma ha per base un pentagono formato da un quadrato e da un triangolo equilatero, quindi, detta x la lunghezza dello spigolo, abbiamo l'equazione:

$$x^2 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) x = 1,4, \text{ da cui } x = 0,992.. \text{ (risposta C).}$$

2) Elezioni a Mathemandia

A Mathemandia, nelle ultime elezioni, si è recato alle urne il 64% dei 25.325 elettori. I cinque partiti in lizza: “★”, “★★”, “★★★”, “★★★★” e “★★★★★” hanno ottenuto un numero di voti validi esattamente proporzionale al numero di stelle del simbolo. Quanti voti ha ottenuto il primo partito “★★★★★”, sapendo che le schede bianche e nulle sono state in numero uguale ai voti dell'ultimo “★”?

- A. 5.060
- B. 5.065 (°)
- C. 5.070
- D. 5.075

Il numero delle schede bianche e nulle ha peso 1, quindi abbiamo il divisore $1+1+2+3+4+5 = 16$, da cui $25.325 \times 64\% / 16 = 1.013$; il primo partito ha un totale di $1.013 \times 5 = 5.065$ (risposta B).

3) L'alfabeto “MORT” : ••• – – – ••• = S.O.S.

È quasi 10 anni che l'alfabeto Morse è stato abolito ufficialmente come mezzo di trasmissione radiotelegrafica: quei punti e quelle linee hanno dovuto lasciare definitivamente il passo a mezzi ritenuti più perfetti, più rapidi e raffinati...

Nel codice Morse più antico una combinazione di 1,2,3 o 4 segni “punto” o “linea” poteva rappresentare tutte le 26 lettere maiuscole dell'alfabeto inglese, mentre le 10 cifre erano formate da una combinazione di 5 segni. Quanti caratteri diversi potevano essere rappresentati da una combinazione di 1,2,3,4 o 5 segni “punto” o “linea”?

- A. 36
- B. 49
- C. 62 (°)
- D. nessuno dei risultati precedenti è esatto

Il numero dei caratteri diversi è $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 62$ (risposta C).

4) Ricchi e poveri... a Neurolandia

Nel paese di Neurolandia il 10% della popolazione (ricchi) ha percepito il 50% del reddito prodotto nel 2013. Per il restante 50% del reddito, su un milione di neuri prodotti in quell'anno, un appartenente al ceto medio ne ha incassati 6.000 e un povero 4.400 (in media). Qual è la percentuale dei poveri di Neurolandia?

- A. 25% (°)
- B. 28%
- C. 35%
- D. 38%

Detta x e y le percentuali dei "medi" e dei poveri, tenuto conto che, su 1.000.000 di neuri, i ricchi ne hanno avuti la metà, abbiamo $6.000x + 4.400y = 500.000$, che risolta insieme a $x + y = 90$, ci dà $x = 65$ e $y = 25$ (risposta A).

5) Governo: ... "Rendi"!

Finalmente, dopo anni di aumento delle tasse, costate in media 10.000 euro a ogni lavoratore dipendente, il Governo "rende" in busta paga 80 euro mensili per 12 mensilità all'anno. Supponendo un tasso inflattivo netto e fisso dell'1,2% annuo (per semplicità dello 0,1 % mensile), in quanto tempo il Governo avrà reso tutto il maltolto?

- A. meno di 11 anni
- B. fra 11 anni e 11 anni e 6 mesi (°)
- C. fra 11 anni e 6 mesi e 12 anni
- D. più di 12 anni

Essendo una capitalizzazione composta mensile al tasso $i = 0,1\% = 0,001$, detto t il tempo (in mesi) abbiamo:

$\frac{1 - 1,001^{-t}}{0,001} = \frac{10000}{80}$ che risolta ci dà $t = 133,598.. < 11$ anni e 2 mesi (risposta B).

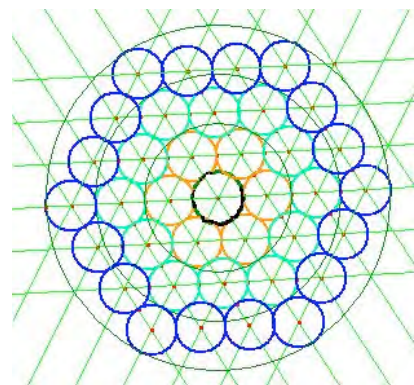
6) La scatola di pennarelli

Una scatola cilindrica del diametro di cm 12 è piena di pennarelli colorati. Supponendo i pennarelli uguali, perfettamente cilindrici e del diametro di mm 8, quanti ne può contenere la scatola?

- A. 144
- B. 169 (°)
- C. 196
- D. 225

La superficie di base della scatola è $S = 36\pi \text{ cm}^2$, mentre quella della sezione di un pennarello è $s = 0,16\pi \text{ cm}^2$. Al massimo ci potrebbero stare $S/s = 225$ pennarelli, ma presenza di spazi vuoti fra tre di essi tangenti e fra quelli vicini al bordo della scatola ne riduce la quantità. Ora, essendo $12/0,8 = 15$, le sezioni di 15 pennarelli tangenti a due a due, hanno i centri esattamente lungo un diametro della base, quindi, partendo dal pennarello centrale, lo possiamo circondare da 6 pennarelli, formando un primo strato di forma "pseudoesagonale", poi da 12 pennarelli, formandone un secondo, poi da 18 pennarelli e così via per ben 7 strati e ogni strato contiene sei pennarelli in più del precedente (per completare lo pseudoesagono).

Abbiamo quindi: $1+6+12+18+24+30+36+42 = 169$ pennarelli (risposta B).



7) I cacciatori

Due cacciatori vedono un passero e sparano simultaneamente. Sappiamo che i due cacciatori colpiscono la preda una volta su quattro, qual è la probabilità che almeno uno colpisca il passero?

- A. 40 %
- B. 43,75 % (°)
- C. 50 %
- D. 56,25 %

La probabilità che uno colpisca la passera è $1/4 = 25\%$, che la colpiscano entrambi è $1/16 = 6,25\%$; quindi che almeno uno la colpisca è $25\% + 25\% - 6,25\% = 43,75\%$ (risposta B).

8) Il compito di matematica

Nell'ultimo compito in classe di matematica la media dei voti delle femmine è stata 7, senza nessuna insufficienza; quella dei maschi è stata solo 6, essendovi diverse insufficienze anche gravi. Sapendo che il totale dei voti maschili meno il totale dei voti femminili è numericamente uguale al doppio del numero delle femmine, qual è stata la media della classe?

- A. 6,1
- B. 6,2
- C. 6,3
- D. 6,4 (°)

Detto m il numero dei maschi e f quello delle femmine, i due totali dei voti sono rispettivamente $6m$ e $7f$; la media della classe è $M = \frac{6m + 7f}{m + f}$ ed essendo $6m - 7f = 2f$, $6m = 9f$, $2m = 3f$, da cui

$$M = \frac{9m + 7f}{\frac{3}{2}f + f} = \frac{32}{5} = 6,4 \text{ (risposta D).}$$