

# Gran Premio di Matematica Applicata

SOLUZIONI DELLA PRIMA MANCHE Edizione 2017/2018

quesito	1	2	3	4	5	6	7	8
soluzione	D	D	D	D	B	A	D	A

## 1) I giocattoli cinesi

Un'azienda cinese produce shanghai utilizzando due diverse macchine. La prima è in grado di fornire 100.000 pezzi in 4 ore, ma il 6% di questi sono difettosi; la seconda 60.000 pezzi in 2 ore con il 10% di pezzi difettosi. Allora in un giorno (8 ore) i pezzi difettosi prodotti dalle due macchine sono:

- A. l' 8%
- B. il 9%
- C. più del 9%
- D. nessuna delle precedenti

In 8 ore la prima produce 200.000 pezzi di cui 12.000 difettosi e la seconda 240.000 pezzi di cui 24.000 difettosi.

In tutto 440.000 pezzi di cui 36.000 difettosi, cioè  $36.000/440.000 = 8,18\%$ .

La risposta è D.

## 2) Affondi di pensione!

Allo zio Pit è stato proposto di sottoscrivere un fondo pensione di tipo BIM, oppure di tipo MENS. Il tipo BIM consiste in una rendita bimestrale di 1.000 € che si incrementa di 2 € al bimestre. Il tipo MENS consiste in una rendita mensile di 500 € che si incrementa di 50 centesimi al mese. Allora ogni anno:

- A. BIM rende 6 € più di MENS
- B. MENS rende 6 € più di BIM
- C. BIM rende 3 € più di MENS
- D. MENS rende 3 € più di BIM

Il primo anno BIM rende  $(1.000+1.002+...+1.010) € = 6.030 €$ ,  
mentre MENS  $(500+500,50+501+...+505,50) € = 6.033 €$ .

Analogamente gli anni successivi.

Quindi ogni anno MENS rende 3 € più di BIM!

La risposta è D.

## 3) L'anno "tredicile"

Gli operatori telefonici si sono inventati l'anno di 13 mesi! Infatti un sms, mandato a tutti gli utenti, avvisa che: *"Dal 1/4/2017 il piano tariffario avrà una fatturazione ogni 28 giorni, invece che mensile. E' possibile disdire il contratto entro 30gg, senza spese, ma rinunciando a tutte le promozioni ottenute ...."*

Così io che pagavo 10 € al mese (120 € all'anno), dovrò pagare 10 € ogni 28 giorni, ovvero 130 € in un anno, meno un giorno (meno due giorni, se l'anno è bisestile)! Di quanto è aumentata la tariffa (si approssimi la percentuale a due decimali)?

- A. 8,63 %
- B. 8,66 %
- C. 8,68 %
- D. 8,71 %

Ogni 4 anni (48 mesi) vi è un bisestile, quindi abbiamo  $365 \times 4 + 1 = 1.461$  giorni.  
Detta C la tariffa mensile, col vecchio sistema il costo giornaliero è  $48C/1.461 = 16C/487$ ,  
col nuovo sistema è  $C/28$ .

L'aumento si trova facendone il rapporto:  $\frac{C/28}{16C/487} = \frac{487}{448} = 1,087053... \approx 1,0871$ , da cui la  
percentuale dell'8,71 %.

La risposta è **D**.

#### 4) Il numero strano

Un numero intero di tre cifre presenta la seguente stranezza: esso è uguale alla somma della prima cifra, più il quadrato della seconda, più il cubo della terza. Quanti numeri hanno questa proprietà?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4**

La terza cifra deve essere almeno 5, visto che il suo cubo deve superare le centinaia; quindi, posto x e y le prime due e 5 l'ultima, abbiamo l'equazione  $100x+10y+5 = x+y^2+125$ , da cui  $x = \frac{(y-3)(y-7)}{99} + 1$ , ovvero  $y = 3$  ( $n=135 = 1+3^2+5^3$ ) e  $y = 7$  ( $n=175 = 1+7^2+5^3$ ). Se

la terza cifra è 8, abbiamo l'equazione  $100x+10y+8=x+y^2+512$ , da cui  $x = \frac{(y-1)(y-9)}{99} + 5$ , ovvero  $y = 1$  ( $n=518 = 5+1^2+8^3$ ) e  $y = 9$  ( $n=598 = 5+9^2+8^3$ ). I numeri sono in tutto 4. La risposta è **D**.

#### 5) I cacciatori "inaffidabili"

Due cacciatori vedono una lepre e sparano simultaneamente. Sappiamo che i due cacciatori colpiscono la preda una volta su cinque, qual è la probabilità che almeno uno colpisca la lepre ?

- A. 32 %
- B. 36 %**
- C. 40 %
- D. 44 %

La probabilità che uno colpisca la lepre è  $1/5 = 20\%$ ,  
che la colpiscano entrambi è  $1/25 = 4\%$ ;  
quindi che almeno uno la colpisca è  $20\% + 20\% - 4\% = 36\%$   
La risposta è **B**.

#### 6) Le dodici monete

Un sacchetto contiene 12 monete d'oro identiche, ma una è falsa e ha un peso leggermente diverso da quelle vere.

Non sappiamo se tale peso è maggiore o minore, ma sappiamo che le vere hanno esattamente lo stesso peso.

Usando una bilancia di precisione a bracci, con quante pesate si può individuare la falsa?

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

Mettendo a caso 4 monete sui due piatti, se sono in equilibrio la falsa è nelle 4 monete rimanenti (e le altre 8 sono autentiche); in questo caso mettiamo 2 delle monete su un piatto e 2 autentiche sull'altro, se sono in equilibrio è sufficiente pesare una autentica e una delle ultime due scartate, individuando la falsa (o è quella pesata o è l'altra), se non sono in equilibrio abbiamo individuato una coppia vera-falsa da testare, come prima, con una pesata.

Se la prima pesata di 4 monete non era il equilibrio, le 4 monete rimanenti sono autentiche e la falsa si trova con tre vere sullo stesso piatto, avente il peso minore (o, viceversa, il maggiore); prendiamo a caso due palline dal piatto, avente il peso minore, gli aggiungiamo, sempre a caso, due palline dal piatto più pesante e facciamo la seconda pesata con le 4 autentiche;

se vi è equilibrio le altre due palline contengono la falsa, che si individua con la terza pesata, avendo ha un peso minore (o, viceversa, maggiore), analogamente, se non vi è equilibrio, la falsa era stata presa a caso con una vera, e si individua come prima con la terza pesata.

Bastano allora tre pesate. La risposta è **A**

### 7) Pollo, patatine e una bottiglia di coca

Un pollo allo spiedo costa al supermercato 7 €. Al sabato è attiva la promozione: con 4,50 € puoi prendere insieme al pollo anche una confezione di patatine (valore 3 €), oppure una coca (valore 2,20 €), con 5,50 € puoi prendere pollo, patatine e coca.

Qual è il massimo sconto applicato?

- A. Il 54%
- B. Circa il 54,92%
- C. Circa il 54,98%
- D. Il 55%

Lo sconto è massimo se si prendono comunque le patatine (che costano più di una coca), allora

nel primo caso paghiamo 4,50 €, invece di 10 €, con lo sconto di  $5,50/10 = 55\%$ ;

nel secondo caso paghiamo 5,50 €, invece di 12,20 €, con lo sconto di  $6,70/12,20 \approx 54,92\%$ ;

quindi la risposta è **D**.

### 8) Il "piccolo" pentagono

Un pentagono convesso ha tutti i lati lunghi un metro, ma, non avendo tutti gli angoli uguali, non è regolare (come in figura). Qual è l'area del "più piccolo" di quei pentagoni?

- A. meno di  $1,031 \text{ m}^2$
- B. fra  $1,031 \text{ m}^2$  e  $1,035 \text{ m}^2$
- C. fra  $1,035 \text{ m}^2$  e  $1,039 \text{ m}^2$
- D. più di  $1,039 \text{ m}^2$

Un triangolo isoscele con base di 1 m e lati di 2 m, può essere pensato come pentagono (degenere) avente tutti i lati di un metro.

La sua altezza è  $\frac{\sqrt{17}}{2}$  m, quindi l'area risulta  $\frac{\sqrt{17}}{4} \text{ m}^2 = 1,0307.. \text{m}^2$ .

Esso è quello di area minima, perché ha due angoli piatti:

se fossero convessi l'area aumenterebbe,

se anche uno di essi fosse concavo, non soddisferebbe l'ipotesi che il pentagono è convesso.

La risposta è **A**.