

Gran Premio di Matematica Applicata

EDIZIONE 2012 – prima manche

1) Il gioco del BUM

Si sa che la "tabellina del 7" è alquanto ostica! Per insegnarla, un maestro elementare fa con i suoi alunni il seguente gioco: li dispone a cerchio e ognuno, a turno, deve dire un numero della sequenza naturale, senza però nominare i multipli di 7, sostituendoli con la parola "BUM"; la stessa cosa deve essere fatta se il numero finisce per 7. Chi sbaglia è eliminato e l'ultimo alunno rimasto vince il gioco. Per esempio nella sequenza da 1 a 20 gli alunni gridano:

"1, 2, 3, 4, 5, 6, BUM, 8, 9, 10, 11, 12, 13, BUM, 15, 16, BUM, 18, 19, 20".

Quanti BUM devono essere detti in una sequenza da 1 a 200?

- A. 45
- B. 46
- C. 47
- D. 48



2) "Per fortuna che c'è il Riccardo...."

Riccardo, Paolo e Franco sono accaniti giocatori di biliardo e fanno diversi tornei tutti ai 100 punti. Riccardo, che si ritiene il più esperto, quando gioca con Paolo gli dà 10 punti di vantaggio; Paolo invece dà sempre 20 punti di vantaggio a Franco, che è decisamente il peggiore. Quanti punti di vantaggio deve dare Riccardo a Franco in una partita a 100 punti?

- A. 27
- B. 28
- C. 29
- D. 30



3) L'isola misteriosa

Un esploratore giunge su un'isola abitata solo da due tribù di indigeni: quella dei "sinceri", che dicono sempre la verità e quella dei "bugiardi", che mentono sempre. Incontra due uomini e uno di essi afferma: "siamo della tribù dei bugiardi". Allora:

- A. Chi parla è dei sinceri e l'altro è dei bugiardi
- B. Chi parla è dei bugiardi e l'altro è dei sinceri
- C. Sono tutti e due bugiardi
- D. Non si può stabilire con certezza a quale tribù appartengano.

4) Crisi a Neurolandia

Anche nel paese di Neurolandia è scoppiata la crisi economica, quindi, per risanarla, si decide di tassare i pensionati, poveri, benestanti e ricchi con tre diverse aliquote progressive. I poveri percepiscono, in media, 1.000 neuri al mese, i benestanti 3.000 neuri al mese e i ricchi 10.000 neuri al mese, sempre in media. Per evitare una rivolta popolare, il governo decide di ridurre di 3 punti l'aliquota dei poveri, di aumentare di 3 punti quella dei benestanti e di ben 30 punti quella dei ricchi, mantenendo invariato il gettito. Sapendo che i pensionati benestanti sono 123.456 e quelli ricchi 7.890, quanti sono i pensionati poveri?

- A. Meno di 1.100.000
- B. Fra 1.100.000 e 1.150.000
- C. Fra 1.150.000 e 1.200.000
- D. Più di 1.200.000

5) La lapide

Durante uno scavo archeologico è stata rinvenuta una lapide con la seguente iscrizione (tradotta qui dal latino):

- 1) IN QUESTA LAPIDE VI È UNA SOLA AFFERMAZIONE VERA
- 2) IN QUESTA LAPIDE VI È UNA SOLA AFFERMAZIONE FALSA
- 3) IN QUESTA LAPIDE VI SONO SOLO DUE AFFERMAZIONI VERE
- 4) IN QUESTA LAPIDE VI SONO SOLO DUE AFFERMAZIONI FALSE

Quanti sono i possibili casi in cui l'intera lapide asserisce la verità?

- A. Uno
- B. Due
- C. Tre
- D. Quattro

6) Lo sconto

La ditta "NONNAUTO" pratica lo sconto 3X2, sull'acquisto di pneumatici. Tenuto conto che, di solito, vengono cambiate tutte le gomme, il quarto pneumatico viene venduto a metà prezzo. A quanto ammonta, in percentuale, lo sconto complessivo, se vengono cambiate tutte le gomme?

- A. 35%
- B. 37,5%
- C. 40%
- D. Non si può determinare non conoscendo il costo di un pneumatico

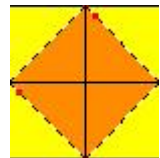
7) "Chi va piano" "frena meglio"!

Lo spazio necessario a un'autovettura per fermarsi è proporzionale al quadrato della sua velocità. Diminuendo la velocità del 30%, di quanto diminuisce lo spazio di frenata?

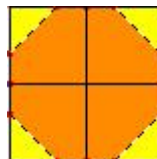
- A. Del 36%
- B. Del 40%
- C. Del 49%
- D. Del 51%

8) Quattro tagli in ta-bella

Se in un riquadro come in figura, facciamo quattro tagli, inclinati di 45° , otteniamo un altro quadrato, la cui area è esattamente metà (50%) del quadrato iniziale. Se spostiamo i tagli più vicino ai vertici in modo da ottenere un ottagono regolare, la sua area risulta essere:



- A. Meno del 70% del quadrato iniziale
- B. Fra il 75% e l'80% del quadrato iniziale
- C. Fra l'80% e l'85% del quadrato iniziale
- D. Oltre l'85% del quadrato iniziale



1) Il gioco del BUM

Si sa che la "tabellina del 7" è alquanto ostica! Per insegnarla, un maestro elementare fa con i suoi alunni il seguente gioco: li dispone a cerchio e ognuno, a turno, deve dire un numero della sequenza naturale, senza però nominare i multipli di 7, sostituendoli con la parola "BUM"; la stessa cosa deve essere fatta se il numero finisce per 7. Chi sbaglia è eliminato e l'ultimo alunno rimasto vince il gioco. Per esempio nella sequenza da 1 a 20 gli alunni gridano:

"1, 2, 3, 4, 5, 6, BUM, 8, 9, 10, 11, 12, 13, BUM, 15, 16, BUM, 18, 19, 20".

Quanti BUM devono essere detti in una sequenza da 1 a 200?

- A. 45 (°)
- B. 46
- C. 47
- D. 48

Per contare velocemente il numero dei "BUM" calcoliamo:

$200 : 10 = 20$, quindi 20 numeri finiscono con 7,

$200 : 7 = 28$ (col resto di 4), quindi vi sono 28 multipli di 7;

tuttavia il 7, il 77 e il 147 sono contati due volte, poiché finiscono per 7 e sono anche suoi multipli.

Quindi i "BUM" sono in tutto $20 + 28 - 3 = 45$ (risposta A).

2) "Per fortuna che c'è il Riccardo...."

Riccardo, Paolo e Franco sono accaniti giocatori di biliardo e fanno diversi tornei tutti ai 100 punti. Riccardo, che si ritiene il più esperto, quando gioca con Paolo gli dà 10 punti di vantaggio; Paolo invece dà sempre 20 punti di vantaggio a Franco, che è decisamente il peggiore. Quanti punti di vantaggio deve dare Riccardo a Franco in una partita a 100 punti?

- A. 27
- B. 28 (°)
- C. 29
- D. 30

Paolo, con 10 punti di vantaggio, vince contro Riccardo se riesce farne 90; se giocasse con Franco ai 90, gli dovrebbe dare 18 punti di vantaggio (20% di 90), quindi Riccardo deve dare a Franco $10+18 = 28$ punti di vantaggio (risposta B).

3) L'isola misteriosa

Un esploratore giunge su un'isola abitata solo da due tribù di indigeni: quella dei "sinceri", che dicono sempre la verità e quella dei "bugiardi", che mentono sempre. Incontra due uomini e uno di essi afferma: "siamo della tribù dei bugiardi". Allora:

- A. Chi parla è dei sinceri e l'altro è dei bugiardi
- B. Chi parla è dei bugiardi e l'altro è dei sinceri (°)
- C. Sono tutti e due bugiardi
- D. Non si può stabilire con certezza a quale tribù appartengano.

Chi parla non può essere sincero, quindi è un bugiardo, di conseguenza l'altro non è un bugiardo quindi è sincero (risposta B).

4) Crisi a Neurolandia

Anche nel paese di Neurolandia è scoppiata la crisi economica, quindi, per risanarla, si decide di tassare i pensionati, poveri, benestanti e ricchi con tre diverse aliquote progressive. I poveri percepiscono, in media, 1.000 neuri al mese, i benestanti 3.000 neuri al mese e i ricchi 10.000 neuri al mese, sempre in media. Per evitare una rivolta popolare, il governo decide di ridurre di 3 punti l'aliquota dei poveri, di aumentare di 3 punti quella dei benestanti e di ben 30 punti quella dei ricchi, mantenendo invariato il gettito. Sapendo che i pensionati benestanti sono 123.456 e quelli ricchi 7.890, quanti sono i pensionati poveri?

- A. Meno di 1.100.000
- B. Fra 1.100.000 e 1.150.000
- C. Fra 1.150.000 e 1.200.000 (°)
- D. Più di 1.200.000

Detto x il numero dei pensionati poveri, a , b , c , le tre aliquote iniziali, abbiamo l'equazione:

$$1000ax + 123456b \cdot 3000 + 7890c \cdot 10000 =$$

$$1000x \cdot (a-3) + 123456 \cdot 3000 \cdot (b+3) + 7890 \cdot 10000 \cdot (c+30),$$

da cui $x = 1.159.368$. (risposta C).

5) La lapide

Durante uno scavo archeologico è stata rinvenuta una lapide con la seguente iscrizione (tradotta qui dal latino):

- 5) IN QUESTA LAPIDE VI È UNA SOLA AFFERMAZIONE VERA
- 6) IN QUESTA LAPIDE VI È UNA SOLA AFFERMAZIONE FALSA
- 7) IN QUESTA LAPIDE VI SONO SOLO DUE AFFERMAZIONI VERE
- 8) IN QUESTA LAPIDE VI SONO SOLO DUE AFFERMAZIONI FALSE

Quanti sono i possibili casi in cui l'intera lapide asserisce la verità?

- A. Uno
- B. Due
- C. Tre (°)
- D. Quattro

Vi sono tre possibili casi:

I° la prima è vera e le altre tre false;

II° la terza e la quarta vere e le altre due false;

III° sono tutte e quattro false (risposta C).

6) Lo sconto

La ditta "NONNAUTO" pratica lo sconto 3X2, sull'acquisto di pneumatici. Tenuto conto che, di solito, vengono cambiate tutte le gomme, il quarto pneumatico viene venduto a metà prezzo. A quanto ammonta, in percentuale, lo sconto complessivo, se vengono cambiate tutte le gomme?

- A. 35%
- B. 37,5% (°)
- C. 40%
- D. Non si può determinare non conoscendo il costo di un pneumatico

Quattro pneumatici del valore di $4P$, vengono pagati $2P + P/2$, con uno sconto complessivo di $1,5P$.

Quindi lo sconto percentuale è $1,5P/4P = 0,375 = 37,5\%$ (risposta B).

7) “Chi va piano””frena meglio”!

Lo spazio necessario a un'autovettura per fermarsi è proporzionale al quadrato della sua velocità. Diminuendo la velocità del 30%, di quanto diminuisce lo spazio di frenata?

- A. Del 36%
- B. Del 40%
- C. Del 49%
- D. Del 51% (°)
- E.

Detta v la velocità ed s lo spazio di frenata, abbiamo $s = Kv^2$, dove K è una costante che dipende dalle condizioni della strada, dai riflessi del conducente, ecc.

Se v diminuisce del 30%, abbiamo $v_1 = 0,7v$, quindi $s_1 = Kv_1^2 = K(0,7v)^2 = 0,49Kv^2$, quindi lo spazio diminuisce del 51% (risposta D).

8) Quattro tagli in ta-bella

Se in un riquadro come in figura, facciamo quattro tagli, inclinati di 45° , otteniamo un altro quadrato, la cui area è esattamente metà (50%) del quadrato iniziale. Se spostiamo i tagli più vicino ai vertici in modo da ottenere un ottagono regolare, la sua area risulta essere:

- A. Meno del 75% del quadrato iniziale
- B. Fra il 75% e l'80% del quadrato iniziale
- C. Fra l'80% e l'85% del quadrato iniziale (°)
- D. Oltre l'85% del quadrato iniziale

Detto l il lato del quadrato, posta x la distanza dal vertice, abbiamo l'equazione $2x + x\sqrt{2} = l$, da cui $x = l(2 - \sqrt{2})/2$.

L'area dell'ottagono è allora $l^2 - 2l^2(2 - \sqrt{2})^2/4 = 2l^2(\sqrt{2} - 1) = 0,828l^2$ (risposta C).