Gran Premio di Matematica Applicata

EDIZIONE 2023 – seconda manche del 16 febbraio 2023

QUESITI A RISPOSTA APERTA

1) **Il "contapazzi"**

Infatti, in questa storiella ce ne sono (almeno) due...

Matteo de Matt ha regalato alla sua nipotina Ipazzia un contapassi digitale. Quando va a trovare lo zio, Ipazzia si accorge che tutte le misure evidenziate dal contatore sono sempre uguali, tenuto conto che fa lo stesso percorso nelle stesse condizioni.

Allora propone allo zio, esperto matematico, il seguente problema: "Ieri, per venire da te, ho fatto sempre 10 passi avanti e 3 indietro; sono arrivata esattamente al termine dell'ultima decina, e, naturalmente, ho fatto molti passi in più del solito (quasi 1.000!). Oggi, invece, ne ho fatti 8 avanti e 2 indietro, sono arrivata esattamente al termine degli ultimi otto, facendo però 100 passi meno di ieri. Quanti passi faccio di solito?".

Risposta

Se x è il numero delle volte in cui ieri ha fatto 3 passi indietro, il numero totale dei passi di ieri è 13x + 10;

se y è il numero delle volte in cui oggi ha fatto 2 passi indietro, il numero totale dei passi di oggi è 10y + 8.

Ieri, per raggiungere la casa dello zio, Ipazzia ha fatto 7x + 10 passi "normali" (cioè senza indietreggiare), mentre oggi ne ha fatti 6y + 8.

Abbiamo allora il sistema di equazioni:

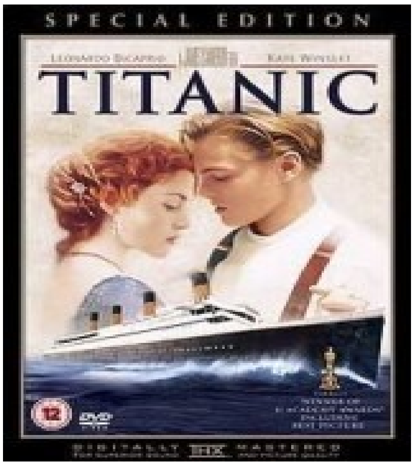
$$\begin{cases} 13x+10-(10y+8)=100 \\ 7x+10=6y+8 \end{cases} \quad \text{che risolto ci dà} \quad \begin{cases} x=76 \\ y=89 \end{cases}$$

da cui si trova il numero "normale" di passi 76·7 + 10 = 542.

2) **Dal film "Titanic"** (James Cameron 11 Oscar '97 – L. Di Caprio e Kate Winslet)

Il Titanic lasciò gli ormeggi di Southampton a mezzogiorno del 10 aprile 1912, con un carico, compreso l'equipaggio, di 2.250 persone delle quali il 20% occuparono la seconda classe. Alle 23.40 del 14 aprile entrò in collisione con un iceberg a circa 350 miglia dalle coste del Canada orientale, spezzato in due tronconi. Malgrado il sacrificio di ben 585 membri dell'equipaggio, che perirono nel naufragio, si salvarono solo il 32% delle persone: 162 dei passeggeri di prima classe (pari al 60% do essi) e 180 di terza classe, ovvero solo un quarto degli emigranti imbarcati, il che diede luogo ad aspre polemiche….

Determinate il numero dei membri dell'equipaggio che sopravvissero e il numero dei morti suddivisi nelle tre classi.



Risposta

Se disponiamo i dati nella prima delle seguenti tabelle, è molto semplice ricavare i risultati incogniti, rappresentati nella seconda e terza tabella.

Tabella dei dati

	Persone imbarcate		sopravvissuti		morti o dispersi	
classe I			60,00%	162		
classe II	20,00%					
classe III			25,00%	180		
equipaggio						585
TOTALI		2.250	32,00%			

Tabella dei valori ricavati dalle percentuali (centrati in corsivo)

	Persone imbarcate		sopravvissuti		morti o dispersi	
classe I		*270*	60,00%	162		
classe II	20,00%	*450*				
classe III		720	25,00%	180		
equipaggio						585
TOTALI		2.250	32,00%	*720*		

Tabella dei risultati (iniziali in corsivo, finali centrati in neretto)

	Persone imbarcate		sopravvissuti		morti o dispersi	
classe I		*270*	60,00%	162		**108**
classe II	20,00%	*450*		*153*		**297**
classe III		*720*	25,00%	180		**540**
equipaggio		*810*		**225**		585
TOTALI		2.250	32,00%	*720*		*1.530*

3) Il Jackpot

Una nuova lotteria statale funziona in questo modo: ogni giorno, per 10 giorni di fila, vengono messi in palio 100.000 € a disposizione di due cittadini estratti a sorte fra i possessori di un biglietto.

Il primo di essi lancia un dado (di 6 facce) e incassa 5.000 € per ogni punto fatto, ovvero da 5.000 a 30.000 €; il secondo lancia una moneta e, se viene testa, incassa la metà della somma rimasta in quel giorno, se viene croce 10.000 €.

Le somme rimanenti costituiscono il Jackpot, che, insieme al montepremi di un milione di euro, determinerà l'importo del primo premio della lotteria.

A quanto ammorterà in media questa vincita?

Risposta

Essendo gli eventi equiprobabili, il cittadino che lancia il dado ha la "speranza media" di vincere

(5.000+30.000)/2 = 17.500 €.

Analogamente quello che lancia la moneta vince in media

((100.000–17.500)/2 + 10.000)/2 = 25.625 €.

In media, ogni giorno, rimangono per il Jackpot (100.000 – 17.500 – 25.625) = 56.875 €, quindi il primo premio della lotteria sarà, in media, 1.568.750 euro.

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

4) I due treni

Due treni partono contemporaneamente sulla linea a binario unico che unisce due città A e B, distanti fra loro 510 km.

Il primo viaggia da A verso B alla velocità di 120 km/h, il secondo da B verso A a 150 km/h.

Sapendo che il primo treno si ferma in una stazione intermedia C per far passare quello più veloce e lo attende per 15 minuti, quanto dista C da A?

A. 200 km
B. 210 km
C. 230 km
D. 240 km
E. nessuna delle precedenti

Risposta

Detta x la distanza AC (in km), i tempi (in ore) per raggiungere C sono rispettivamente:
x/150 e (510–x)/150;
il primo treno attende il secondo 15 minuti (1/4 d'ora), quindi abbiamo l'equazione:

$$\frac{x}{120}+\frac{1}{4}=\frac{510-x}{150},$$

che risolta, ci dà x = 210 e la risposta è B.

5) Gli ovetti con sorpresa

Un'azienda dolciaria produce ovetti "Killer", contenenti un giocattolino per sorpresa.

Decide di venderli in confezioni da 9 ovetti per esaurire la scorta di giocattoli (numero compreso fra 6.000 e 8.000) disponibili.

La scelta della confezione da 9 è stata stabilita dallo staff poiché, per confezioni da 4, 5, 7 o 8 avanzava sempre un giocattolo e per confezioni da 6 addirittura 3.

Quante confezioni saranno messe in vendita?

A. 753
B. 769
C. 809
D. 879
E. 883

Risposta

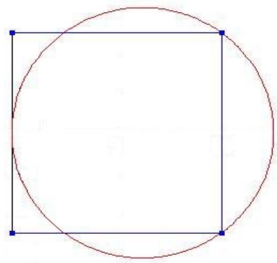
Se n è il numero di ovetti, n–1 è divisibile per 4, 5, 7 e 8, cioè per 5x7x8 = 280.

Allora, detto k il quoziente fra n–1 e 280 abbiamo: n = 280k + 1.

Essendo n divisibile per 9, la somma delle sue cifre è divisibile per 9, per cui, k = 9h+8 e, sostituendo, si ottiene
n = 280(9h+8) + 1= 2.520h + 2.241.
Ma 6.000 < n < 8.000, quindi 6.000 < 2.520h + 2.241 < 8.000,
ovvero 179/120 < h < 5.759/2.520, che approssimato diventa 1,49 < h < 2,29,
ed essendo intero si ha l'unica soluzione h = 2, cioè n = 7.281.
Il numero delle confezioni è 7.281/9 = 809 (risposta C).

6) **Una circonferenza "particolare"**

Dato un quadrato di lato cm 10, si consideri una circonferenza passante per due dei suoi vertici e tangente a uno dei lati. Qual è la sua misura (in cm) approssimata al terzo decimale?



A. 31,416
B. 35,343
C. 39,270
D. 44,429
E. 49,588

Risposta

La circonferenza "particolare" deve passare per due vertici dello stesso lato del quadrato e per il punto medio del lato opposto, dove è tangente.

Quindi essa circoscrive un triangolo isoscele di base 10 e lati $\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$ (in cm).

Il triangolo ha area cm^2 50, quindi il raggio del cerchio circoscritto è $r=\frac{10\cdot 5\sqrt{5}\cdot 5\sqrt{5}}{4\cdot 50}=\frac{25}{4}$ (in cm)

e la circonferenza è lunga $\frac{25}{2}\pi$ = 39,270 cm (risposta C).

7) **La scatola di cioccolatini**

A San Valentino si regalano scatole di cioccolatini con varie forme: rettangolari, rotonde, a cuore, ecc. Anche a Matemandia c'è questa tradizione, ma, per uniformare costi e produzioni, tutte le scatole hanno un'unica forma triangolare equilatera di lato 25 cm, contenente 25 cioccolatini, i quali, triangolari equilateri, riempiono perfettamente la scatola senza lasciare vuoti. Nell'ultima ricorrenza, per un errore di taglio, le scatole sono state prodotte con il lato di 24 cm e, di conseguenza, il lato dei cioccolatini è stato ridotto a 4 cm. Sapendo che lo spessore dei cioccolatini è sempre il medesimo, così come la densità, determinare la percentuale di riduzione di cioccolato in ogni singolo cioccolatino, rispetto a prima.

A. 24%
B. 25%
C. 30%
D. 36%
E. non si può stabilire non conoscendo spessore e densità del cioccolato

Risposta

Se x è il lato di un cioccolatino, uguagliando l'area totale abbiamo l'equazione $25\frac{x^2\sqrt{3}}{4}=\frac{25^2\sqrt{3}}{4}$,

da cui $x = 5$ (cm).

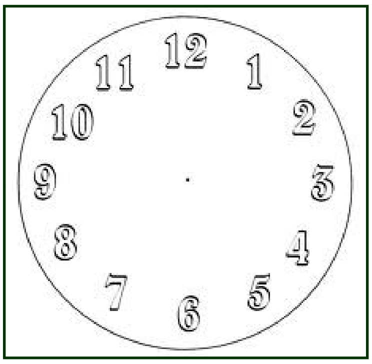
Detto n il numero di cioccolatini contenuti nell'altra scatola, abbiamo l'analoga equazione

$n\frac{4^2\sqrt{3}}{4}=\frac{24^2\sqrt{3}}{4}$, da cui n = 36,

che, essendo intero, determina che anche nella seconda scatola non ci sono vuoti.

Poiché spessore e densità sono gli stessi, il peso del cioccolatino è proporzionale alla sua area, che si è ridotta di $\frac{5^2\sqrt{3}}{4}-\frac{4^2\sqrt{3}}{4}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$, da cui, rapportandola alla precedente, otteniamo 9/25 = 36% (risposta D).

8) **L'appuntamento di De Matt**



Il prof. Matteo De Matt, quando fissava un appuntamento con la fidanzata, le forniva un cartoncino simile a quello della figura (orologio senza lancette) e le diceva: "Partendo da 1 conta fino a sei, arrivi sul 6 e lo cancelli, di nuovo contane sei, arrivi sul 12 e lo elimini; continua il questo modo, contando sei numeri, non cancellati, ed elimina il numero su cui arrivi. Sull'ultimo numero rimasto disegna la lancetta dei minuti. Fai la stessa cosa per la lancetta delle ore, ma questa volta devi contare fino a sette!". A che ora De Matt aveva fissato l'appuntamento?
(P.S. De Matt è rimasto celibe!)

A. all'una e un quarto
B. alle 3 e 20
C. alle 8 e un quarto
D. alle 8 e 20
E. alle 12 e un quarto

Risposta

Nelle tabelle sottostanti sono riportati i 12 numeri nella prima riga e l'ordine di cancellazione nella seconda:

Se contiamo, partendo da 1, i numeri a 6 a 6, si cancellano nell'ordine le seguenti ore:
6, poi 12, quindi 7, e via via il 2, 10, 8, 5, 9, 1, 11, 4, e infine 3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
9	4	12	11	7	1	3	6	8	5	10	2

Se invece contiamo i numeri a 7 a 7, si cancellano nell'ordine i seguenti minuti:
il 7, poi il 2, quindi il 10, e via via il 6, 4, 3, 5, 9, 1, 8, 11, e infine il 12.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
9	2	6	5	7	4	1	10	8	3	11	12

L'ora dell'appuntamento è alle 12 e 15 (risposta E).